



مبانی کامپیوتر و برنامه سازی

اسلاید چهارم

«سیستم اعداد : تبدیل مبنا (اکتال، هگزا، اعشاری)»



درس

مبانی کامپیوتر

۴

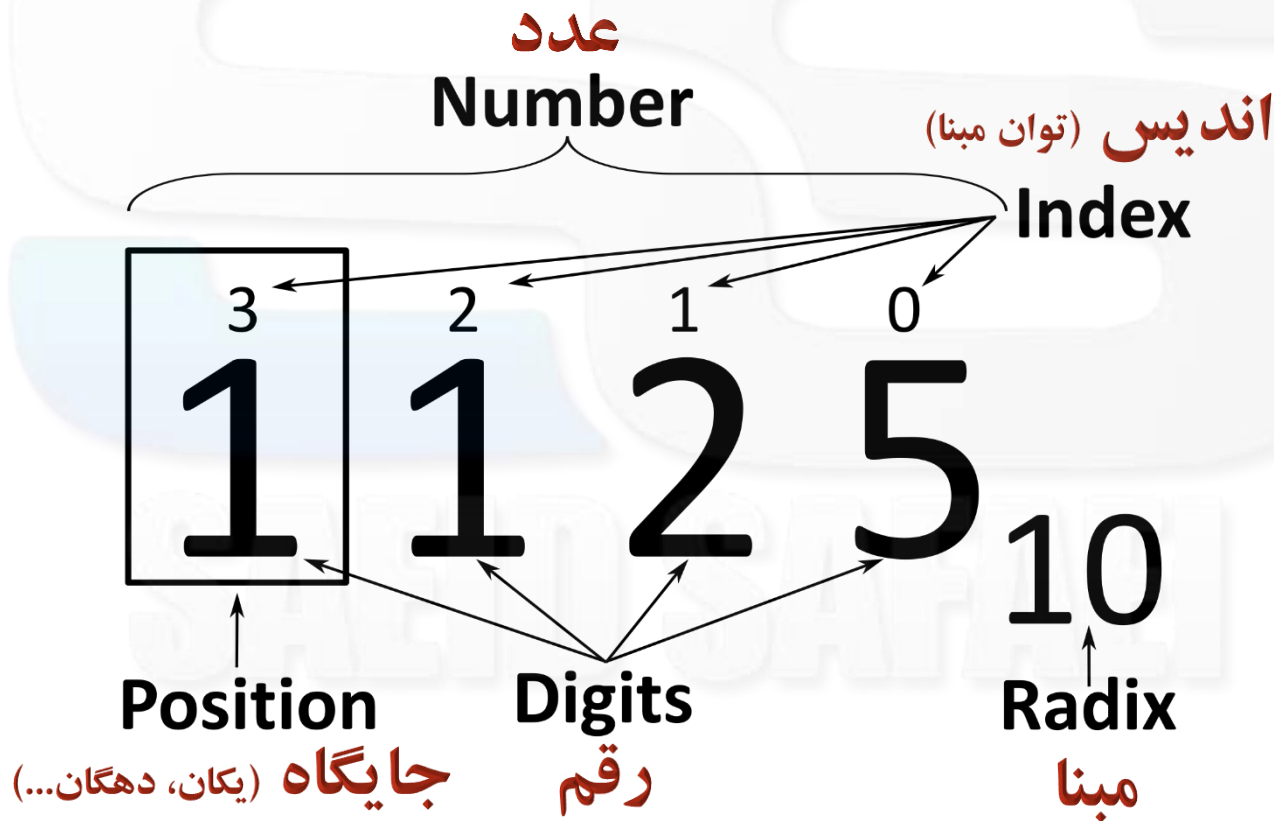
محمد سعید صفایی صادق

(استفاده از اسلایدها صرفاً برای دانشجویان مجاز می باشد!)

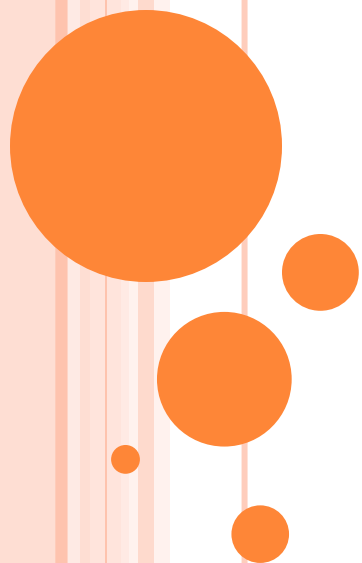
۱۴۰۲

یادآوری :

پایه یا مبنا به انگلیسی: **Radix** یا **Base** در ریاضیات به معنای تعداد رقم‌های منفردی است که برای نوشتن عدد در دستگاه عددنویسی با ارزش مکانی لازم است.



تبدیل مبنا هشتایی (Octal)



هشتایی Octal

در این سیستم مبنای اعداد ۸ می باشد و از ارقام ۰ تا ۷ تشکیل شده اند.
مثلا ۱۵۴۶۷۳ یک عدد در مبنای هشت می باشد اما ۸۴۶۵۲۳ در مبنای هشت نیست چون شامل عدد هشت است.

* تبدیل مبنای ۱۰ به ۸

همانند شیوه تقسیم متوالی در مبنای دو، با این تفاوت که به جای ۲، ۸ می‌گذاریم.
می‌بایست عدد در مبنای ۱۰ را مرتباً تقسیم بر ۸ کنیم و باقیمانده‌ها را نگهداریم.
این عمل را آنقدر ادامه می‌دهیم تا خارج قسمت صفر شود.
در آخر باقیمانده‌ها را از راست به چپ کنار هم می‌نویسیم.

مثال: عدد ۸۶ را از مبنای ۱۰ به مبنای ۸ برسانید؟

8)86	باقیمانده
8)10	Remainder
8)1	6
0	2
	1

$$(86)_{10} = (?)_8 = (126)_8$$

* تبدیل مبنای ۸ به ۱۰

8^0	8^1	8^2	8^3	8^4	8^5
1	8	64	512	4096	32768

ابتدا هر یک از ارقام را اندیس گذاری میکنیم.

مثلا اگر بخواهیم عدد ۱۲۶ را از مبنای ۸ به مبنای ۱۰ برسانیم.

به ترتیب از راست به چپ به رقم ۶، اندیس ۰، به رقم ۲، اندیس ۱، به رقم ۱ اندیس ۲.

سپس ارقام را به ترتیب در ۸ به توان اندیس

ضرب میکنیم.

در نهایت حاصل هریک از ضربها را باهم جمع

میکنیم.

$$(126)_8 = (?)_{10} = (86)_{10}$$

$6 \rightarrow 0$	6×8^0	6
$2 \rightarrow 1$	2×8^1	16
$1 \rightarrow 2$	1×8^2	64
جمع		86

مبنای ۸	مبنای ۲		
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1
راه حفظی	۴درمیان	۲درمیان	۱درمیان

* مبنای ۲ به مبنای ۸

روش اول: ابتدا به مبنای ۱۰ برمیگردانیم، بعد به مبنای ۸ می‌رسانیم.

روش دوم:

همانطور که میدانیم $2^3 = 8$ برابر ۸ می‌شود.

پس تمامی اعداد موجود در مبنای ۸ به صورت ۳ رقمی در مبنای ۲ نمایش داده می‌شود.

برای تبدیل یک عدد از مبنای ۲ به ۸:

۱- ابتدا آنها را ۳ رقم جدا کرده.

۲- عدد هر قسمت را در مبنای ۸ زیر آن می‌نویسیم.

مثال مبنای ۲ به مبنای ۸

$$(1010110)_2 = (?)_8$$

عدد (۱۰۱۰۱۱۰) را از مبنای ۲ به مبنای ۸ بنویسید؟

راه حل:

ابتدا ۳ رقم از سمت راست جدا میکنیم: (اگر قسمت آخر ۳ تایی نشد، ۰ میگذاریم)

مبنای ۲	مبنای ۸
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

0	0	1	0	1	0	1	1	0

معادل هر قسمت را زیر آن می نویسیم :

0	0	1	0	1	0	1	1	0
	1			2			6	

پس : $(1010110)_2 = (126)_8$

* مبنای ۸ به مبنای ۲

بر خلاف روش قبل زیر هر رقم، مبنای ۲ مربوط به آن را قرار می‌دهیم.

مثال: عدد ۱۲۶ را از مبنای ۸ به مبنای ۲ بنویسید ؟

$$(126)_8 = (?)_2$$

مبنای ۲	مبنای ۸
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

1			2			6		

معادل هر رقم را به مبنای ۲ زیرش مینویسیم :

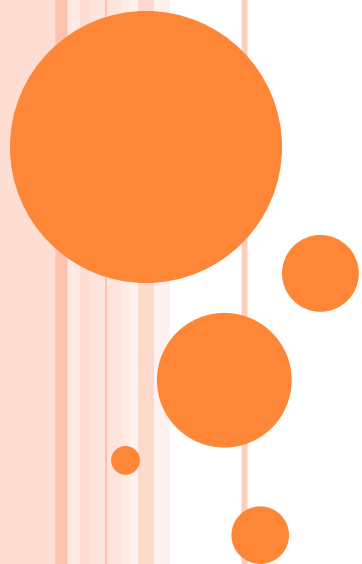
1			2			6		
0	0	1	0	1	0	1	1	0

در آخر صفرهای اضافی سمت چپ را حذف میکنیم.

$$(126)_8 = (1010110)_2$$

پس :

تبدیل مبنا شانزده تایی (Hexadecimal)



Decimal	Hexadecimal
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	A
11	B
12	C
13	D
14	E
15	F

شانزده تایی Hexadecimal

در این سیستم مبنای اعداد 16 می باشد و از ارقام ۰ تا ۱۵ تشکیل شده اند.

اما چون اعداد ۱۰ تا ۱۵ دو رقمی هستند از حروف A تا F برای نمایش آنها استفاده می شود.

* تبدیل مبنای ۱۰ به ۱۶

همانند شیوه تقسیم متوالی در مبنای دو، با این تفاوت که به جای ۲، ۱۶ میگذاریم.

می بایست عدد در مبنای ۱۰ را مرتباً تقسیم بر ۱۶ کنیم و باقیمانده ها را نگهداریم.

این عمل را آنقدر ادامه می دهیم تا خارج قسمت صفر شود.

در نهایت از راست به چپ ارقام را می نویسیم.

$$(910)_{10} = (?)_{16}$$

مثال: عدد ۹۱۰ را از مبنای ۱۰ به مبنای ۱۶ برسانید؟

۱: ۹۱۰ تقسیم بر ۱۶، در مرحله اول خارج قسمت ۵۶

باقیمانده **Remainders**

$$\begin{array}{r} 16 \overline{) 910} \\ \underline{16 } 56 \\ \underline{16 } 3 \\ 0 \end{array}$$

E
8
3

و باقیمانده **۱۴** می شود. چنانچه میدانیم ۱۴ را با **E** نمایش می دهند.

۲: در مرحله دوم ۵۶ را تقسیم بر ۱۶ می کنیم.

خارج قسمت ۳ و باقیمانده برابر **۸** می شود.

۳: در مرحله سوم **۳** را تقسیم بر ۱۶ می کنیم.

چون ۳ از ۱۶ کوچکتر است پس خارج قسمت ۰ می شود و خود ۳ را به عنوان اولین رقم عدد به دست آمده در مبنای ۱۶ قرار می دهیم.

پس :

$$(910)_{10} = (38E)_{16}$$

* جهت تبدیل آنلاین مقادیر می توانید از [این لینک](#) استفاده کنید.

* تبدیل مبنای ۱۶ به ۱۰

ابتدا هر یک از ارقام را اندیس گزاری میکنیم.

Hexadecimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

مثلا اگر بخواهیم عدد 7DF را از مبنای ۱۶ به مبنای ۱۰ برسانیم.

به ترتیب از راست به چپ به رقم F (۱۵)، اندیس ۰ به رقم D (۱۳)، اندیس ۱ به رقم 7 اندیس ۲.

سپس ارقام را به ترتیب در ۱۶ به توان اندیس ضرب میکنیم.

$$7DF = (7 * 16^2) + (13 * 16^1) + (15 * 16^0)$$

$$7DF = (7 * 256) + (13 * 16) + (15 * 1)$$

$$7DF = 1792 + 208 + 15 \leftarrow \text{در نهایت حاصل هریک از ضربها را باهم جمع میکنیم.}$$

$$7DF = 2015$$

Dec	Hex	Binary			
0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1
2	2	0	0	1	0
3	3	0	0	1	1
4	4	0	1	0	0
5	5	0	1	0	1
6	6	0	1	1	0
7	7	0	1	1	1
8	8	1	0	0	0
9	9	1	0	0	1
10	A	1	0	1	0
11	B	1	0	1	1
12	C	1	1	0	0
13	D	1	1	0	1
14	E	1	1	1	0
15	F	1	1	1	1

* مبنای ۲ به مبنای ۱۶

روش اول: ابتدا به مبنای ۱۰ برمیگردانیم، بعد به مبنای ۸ می‌رسانیم.

روش دوم:

همانطور که میدانیم $2^4 = 16$ برابر ۱۶ می‌شود.

پس تمامی اعداد موجود در مبنای ۱۶ به صورت ۴ رقمی در مبنای ۲ نمایش داده می‌شود.

برای تبدیل یک عدد از مبنای ۲ به ۱۶:

۱- ابتدا آنها را ۴ رقم ۴ رقم جدا کرده.

۲- عدد هر قسمت را در مبنای ۱۶ زیر آن می‌نویسیم.

مثال مبنای ۲ به مبنای ۱۶

عدد (۱۰۱۰۱۱۰۱۱۰۰) را از مبنای ۲ به مبنای ۱۶ بنویسید؟
راه حل:

ابتدا ۴ رقم از سمت راست جدا میکنیم: (اگر قسمت آخر ۴ تایی نشد، ۰ میگذاریم)

Dec	Hex	Binary			
0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1
2	2	0	0	1	0
3	3	0	0	1	1
4	4	0	1	0	0
5	5	0	1	0	1
6	6	0	1	1	0
7	7	0	1	1	1
8	8	1	0	0	0
9	9	1	0	0	1
10	A	1	0	1	0
11	B	1	0	1	1
12	C	1	1	0	0
13	D	1	1	0	1
14	E	1	1	1	0
15	F	1	1	1	1

0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0

معادل هر قسمت را زیر آن می نویسیم:

0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0
5				6				C			

پس:

$$(10101101100)_2 = (56C)_{16}$$

مثال مبنای ۱۶ به مبنای ۲

$$(F8A)_{16} = (?)_2$$

مثال عدد (F8A) را از مبنای ۱۶ به مبنای ۲ بنویسید؟

راه حل:

بر خلاف روش قبل زیر هر رقم، مبنای ۲ مربوط به آن را قرار می‌دهیم.

F				8				A			

معادل هر قسمت را زیر آن می‌نویسیم:

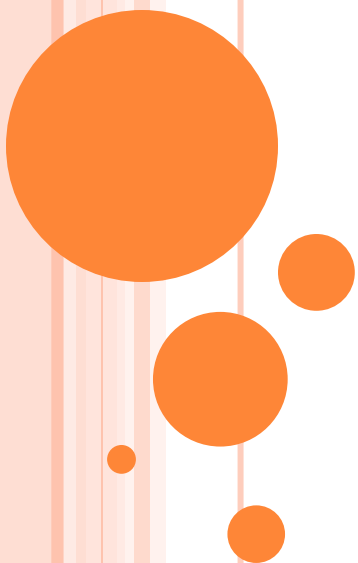
F				8				A			
1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0

پس:

$$(F8A)_{16} = (111110001010)_2$$

Decimal (base 10)	Binary (base 2)	Octal (base 8)	Hexadecimal (base 16)
00	0000	00	0
01	0001	01	1
02	0010	02	2
03	0011	03	3
04	0100	04	4
05	0101	05	5
06	0110	06	6
07	0111	07	7
08	1000	10	8
09	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

تبدیل مبنای اعشاری



تبدیل مبنای اعشاری از ۱۰ به ۲

برای تبدیل عدد اعشاری مبنای ۱۰ به ۲ باید قسمت صحیح و اعشاری را به صورت جداگانه به مبنای ۲ ببریم.

قسمت صحیح که هیچ... مثل قبل عمل میکنیم.

اما قسمت **اعشاری**: برای تبدیل مبنای اعداد اعشاری از مبنای ۱۰ به ۲، قسمت اعشاری را به طور متوالی ضرب در ۲ می کنیم،

قسمت صحیح به دست آمده را نگه می داریم و مجدداً قسمت اعشاری را در ۲ ضرب می کنیم، آن قدر عمل ضرب را تکرار می کنیم تا به یکی از حالات زیر برسیم.

حالت اول: به عدد صفر یا حالت بدون اعشار برسیم

حالت دوم: از ما تعداد اعشار مشخصی را بخواهند

حالت سوم: اعداد به دست آمده تکرار شوند یعنی هر چه به ۲ ضرب کنیم حاصل ضرب یک عدد ثابت و یا توالی یک عدد ثابت باشد.

سپس از بالا به پایین اعشار، و از سمت چپ به راست قسمت صحیح اعداد را می نویسیم.

تبدیل مبنای اعشاری از ۱۰ به ۲

حالت اول: به عدد صفر یا حالت بدون اعشار برسیم.

$$(0.25)_{10} = (?)_2$$

0.	.25*2
0	.50*2
1	.00*2



$$(0.25)_{10} = (0.01)_2$$

SAEID SAFAEI

تبدیل مبنای اعشاری از ۱۰ به ۲

حالت دوم: از ما تعداد اعشار مشخصی را بخواهند.

مثلا بگویند تا ۶ رقم اعشار

$$(0.678)_{10} = (?)_2$$

0.	.678*2
1	.356*2
0	.712*2
1	.424*2
0	.848*2
1	.696*2
1	.392*2



$$(0.678)_{10} = (0.101011)_2$$



تبدیل مبنای اعشاری از ۱۰ به ۲

حالت سوم: اعداد به دست آمده تکرار شوند یعنی هر چه به ۲ ضرب کنیم حاصل ضرب یک عدد ثابت و یا توالی یک عدد ثابت باشد.

$$(0.6)_{10} = (?)_2$$

0.	.6*2
1	.2*2
0	.4*2
0	.8*2
1	.6*2
1	.2*2
0	.4*2
0	.8*2
1	.6*2

0/6 تکرار شد...

علامت بار، در اینجا به معنی تکرار

$$(0.6)_{10} = (0.\overline{1001})_2$$

تبدیل مبنای اعشاری از ۲ به ۱۰

برای تبدیل مبنای اعداد اعشاری، از جایگاه یا وزن عددها و ضرب‌های متوالی در ۲ استفاده می‌کنیم.

یعنی هر رقم را ضرب در ۲ به توان و جایگاه رقم رسانده و سپس نتایج را باهم جمع می‌کنیم. دقیقاً مثل حالت صحیح با این تفاوت که در اعداد اعشاری با توان منفی (-) محاسبه می‌کنیم. پس در ابتدای کار اندیس‌های قسمت اعشار را از چپ به راست به صورت منفی قرار می‌دهیم.

مثال: مقدار 0/001 را از مبنای ۲ به ۱۰ برسانید.

$$(0.001)_2 = (?)_{10}$$

اندیس	0	-1	-2	-3
مبنای ۲	0.	0	0	1
	$0 * 2^0$	$0 * 2^{-1}$	$0 * 2^{-2}$	$1 * 2^{-3}$
	$0 * 1$	$0 * \frac{1}{2}$	$0 * \frac{1}{4}$	$1 * \frac{1}{8}$
	$0+0+0+\frac{1}{8} = 0.125$			

→ $(0.001)_2 = (0.125)_{10}$

تمرینات

هریک از تبدیل مبناهای زیر را انجام داده و صحت پاسخ خود را با پاسخ مندرج بسنجید؟

$$(10011.01)_2 = (?)_{10} = (19.25)_{10}$$

$$(21.0625)_{10} = (?)_2 = (10101.0001)_2$$

$$(998)_{10} = (?)_8 = (1746)_8$$

$$(1950)_{10} = (?)_{16} = (79E)_{16}$$

$$(FA0)_{16} = (?)_2 = (111110100000)_2$$

$$(426)_8 = (?)_2 = (100010110)_2$$

$$(10110001)_2 = (?)_8 = (261)_8$$

$$(1101000)_2 = (?)_{16} = (68)_{16}$$



با تشکر از همراهی شما

محمد سعید صفایی صادق